

Top

TEST

Left side

Right side

Bottom

las lecciones en pdf están en:



<https://www.physics.umd.edu/rgroups/amo/orozco/results/2023/Results23.htm>

Correlaciones en óptica y en óptica cuántica:

Una serie de lecciones a cerca de  
correlaciones y coherencia Junio 2023

Luis A. Orozco

[www.jqi.umd.edu](http://www.jqi.umd.edu)

Universidad de Concepción



# Lección 4

## Lista tentativa de tópicos a tratar:

- De la estadística y el algebra lineal a la densidad espectral de potencia.
- Perspectiva histórica y ejemplos en varias areas de física.
- **Funciones de correlación en optica clásica**
- **La relación entre correlación y la coherencia.**
- Funciones de correlación en óptica cuántica.
- Correlaciones y dinámica condicional para control.
- Correlaciones del campo y la intensidad en óptica cuántica.
- Correlaciones en electrodinámica cuántica de cavidades.

La coherencia de primer orden

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle} \rightarrow \langle \cos(\phi(t) - \phi(t + \tau)) \rangle$$

Esta es la correlación entre dos campos ópticos y da la visibilidad de las franjas de interferencia para la interferencia entre los dos campos. Si la fase está cambiando en el tiempo, hay una frecuencia; un ancho de línea. Esta correlación puede ser compleja.

Referencia que incluye fuentes pulsadas:  
Zheyu Jeff Ou  
*“Quantum Optics for Experimentalists”*  
World Scientific, Singapore 2017

$$E(\mathbf{r}, t) = E(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega E(\omega) e^{-i\omega\tau}, \quad E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\tau E(\tau) e^{i\omega\tau}.$$

$E(\omega)$  is the frequency component of the optical field, whose probability distribution  $P(\{E(\omega)\}) = P(E(\omega_1), E(\omega_2), \dots, E(\omega_j), \dots)$  determines the statistical properties of the field.

#### 4.2.1 *Continuous Waves (CW) and Stationary Processes*

Consider the correlation function of the optical field:

$$\Gamma(t, \tau) \equiv \langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle = \int d\{E(\omega)\} P(\{E(\omega)\}) E^*(t)E(t + \tau), \quad (4.15)$$

so,  $\Gamma(t, \tau) = \Gamma(\tau)$  is independent of time  $t$ .

$$\Gamma(\tau) \equiv \langle E^*(t)E(t + \tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T dt E^*(t)E(t + \tau).$$



$$\Gamma(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega_1 d\omega_2 \langle E^*(\omega_1) E(\omega_2) \rangle e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} e^{-i\omega_2 \tau} \quad (4.17)$$

Since  $\Gamma(\tau)$  is unrelated to time  $t$  for continuous stationary waves, we must have

$$\langle E^*(\omega_1) E(\omega_2) \rangle = 2\pi S(\omega_1) \delta(\omega_1 - \omega_2), \quad (4.18)$$

where  $S(\omega_1)$  is some function of  $\omega_1$ . The expression above shows that there is no phase relation between different frequency components of a continuous stationary field since  $\langle E^*(\omega_1) E(\omega_2) \rangle = 0$  for  $\omega_1 \neq \omega_2$ . Hence, Eq. (4.17) changes to

$$\Gamma(\tau) = \int d\omega S(\omega) e^{-i\omega \tau} \quad (4.19)$$

or

*reminiscent of WKK theorem*

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int d\tau \Gamma(\tau) e^{i\omega \tau}. \quad (4.20)$$

From Eq. (4.19), we obtain  $I = \Gamma(0) = \int d\omega S(\omega)$ . So,  $S(\omega)$  is regarded as the spectral function of the optical field. The statistical relation in Eq. (4.18) is a signature of continuous stationary fields.

## 4.2.2 Pulsed Waves and Non-Stationary Processes

Instantaneous Intensity:

$$I(t) = E^*(t)E(t).$$

*Energía total del pulso:*

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dt E^*(t)E(t).$$

Entonces la función de correlación:

$$\begin{aligned}\Gamma(\tau) &= \int dt E^*(t) E(t + \tau) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int dt d\omega_1 d\omega_2 E^*(\omega_1) E(\omega_2) e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} e^{-i\omega_2 \tau} \\ &= \int d\omega_1 d\omega_2 E^*(\omega_1) E(\omega_2) \delta(\omega_1 - \omega_2) e^{-i\omega_2 \tau} \\ &= \int d\omega |E(\omega)|^2 e^{-i\omega \tau} \quad \text{where we used } \frac{1}{2\pi} \int dt e^{i\omega t} = \delta(\omega) \\ &= \int d\omega S(\omega) e^{-i\omega \tau},\end{aligned}$$

la relación espectral en la Ec. (4.20), que recuerda al teorema del WKK, es para campos de luz pulsada.

## 4.2.5 Transform-Limited Pulse; Mode-Locked Optical Fields

For an optical field with a continuous spectrum, if the relationship among all frequency components is fixed, that is,  $E(\omega) = A_0\mathcal{E}(\omega)$  where  $\mathcal{E}(\omega)$  is a definite function but  $A_0$  may be a complex random variable, then the optical field has a definite pulse shape  $\mathcal{E}(t)$ :

$$E(t) = A_0 \int d\omega \mathcal{E}(\omega) e^{-i\omega t} \equiv A_0 \mathcal{E}(t). \quad (4.35)$$

Its correlation function is

$$\Gamma(t_1, t_2) = \langle E^*(t_1) E(t_2) \rangle = \langle |A_0|^2 \rangle \mathcal{E}^*(t_1) \mathcal{E}(t_2) \quad (4.36)$$

so the normalized correlation function is

$$\gamma(t_1, t_2) = \Gamma(t_1, t_2) / \sqrt{\Gamma(t_1, t_1) \Gamma(t_2, t_2)} = 1. \quad (4.37)$$

# El interferómetro de Handbury Brown

# The Hanbury Brown Twiss stellar interferometer, Mk 1

R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss,  
A Test of a New Type of Stellar Interferometer on Sirius ,  
*Nature* **178**, 1046-1053 (1956).

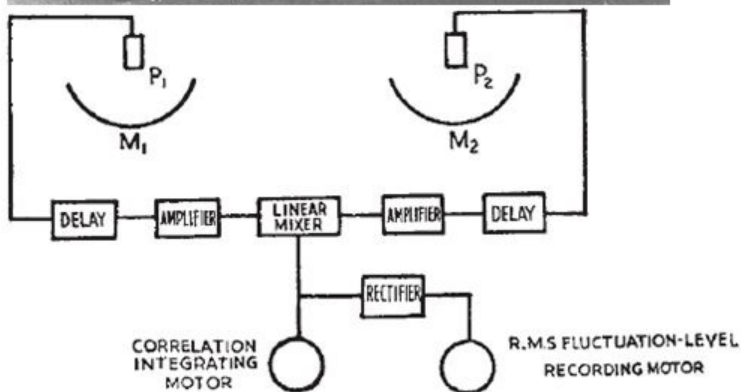
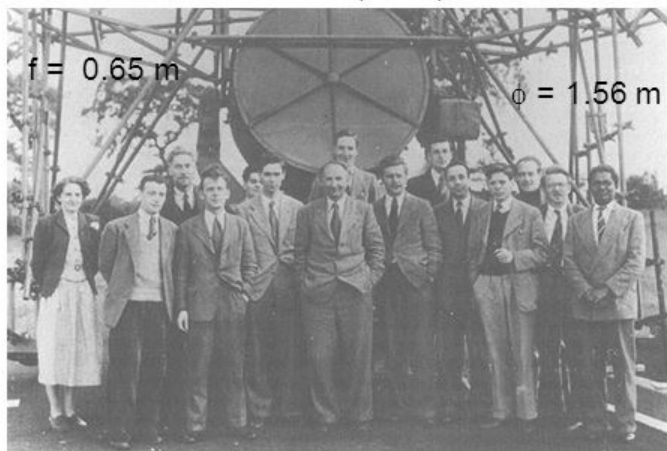


Fig. 1. Simplified diagram of the apparatus

Prediction from astrophysical theory is  
 $0.0063''$

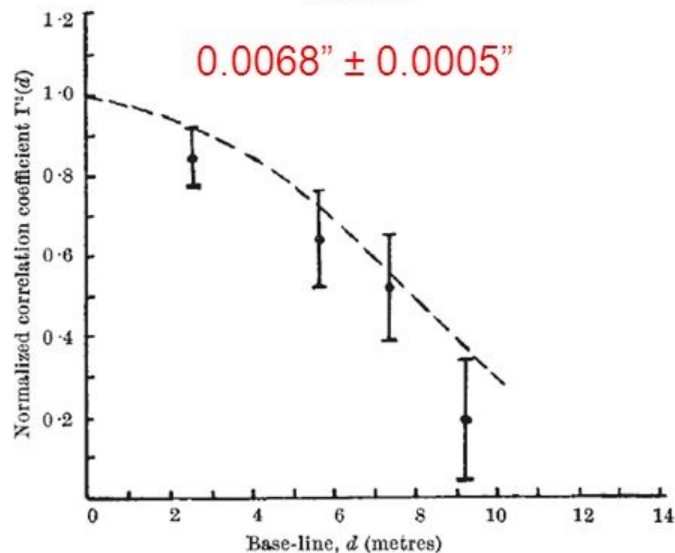
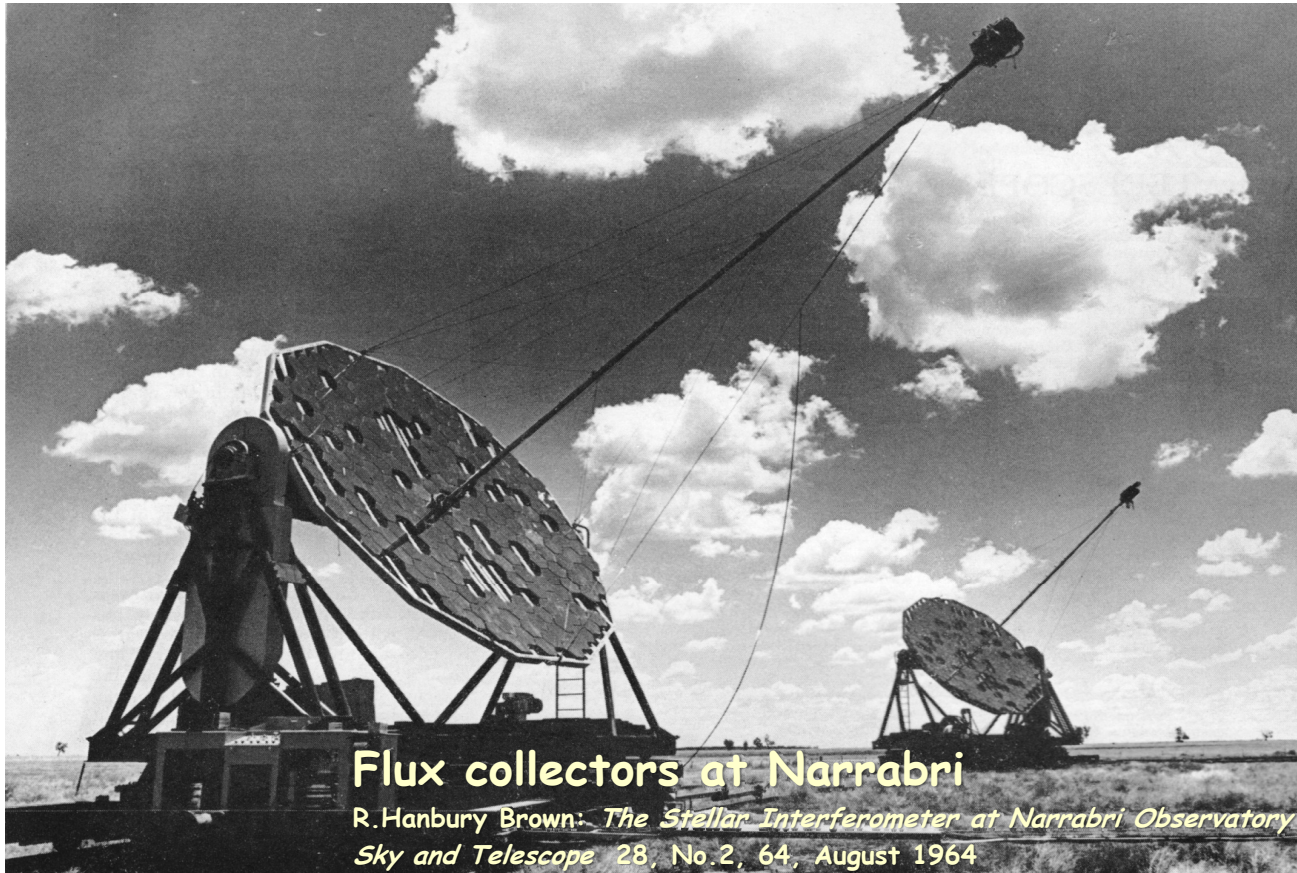


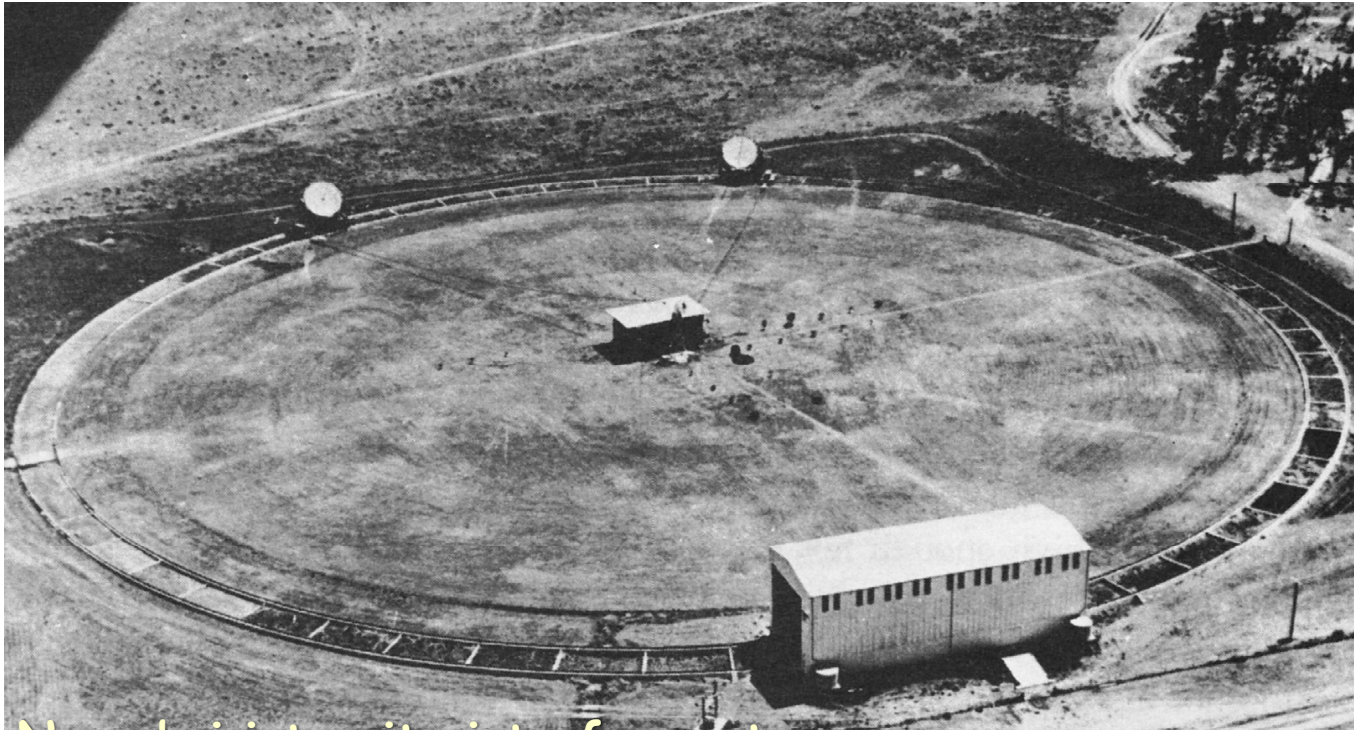
Fig. 2. Comparison between the values of the normalized correlation coefficient  $I^2(d)$  observed from Sirius and the theoretical values for a star of angular diameter  $0.0063''$ . The errors shown are the probable errors of the observations

First measurement of stellar diameter  
in 30 years



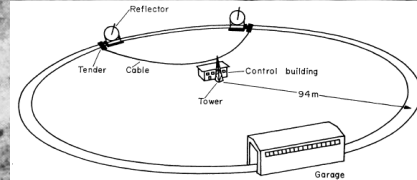
## Flux collectors at Narrabri

R. Hanbury Brown: *The Stellar Interferometer at Narrabri Observatory*  
*Sky and Telescope* 28, No. 2, 64, August 1964



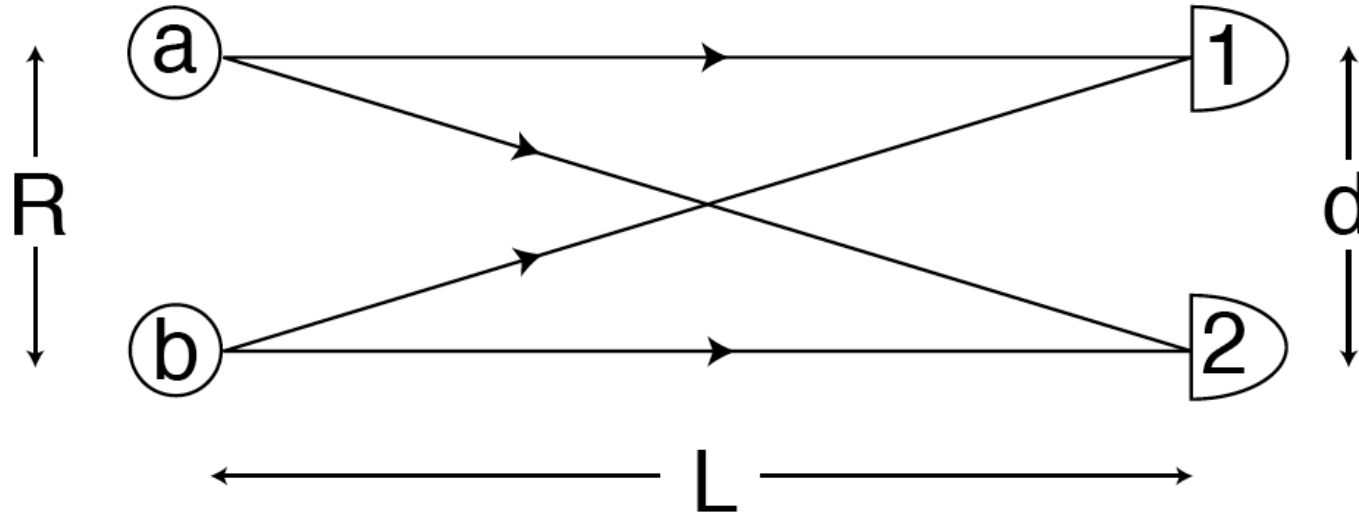
## Narrabri intensity interferometer with its circular railway track

R. Hanbury Brown: *BOFFIN. A Personal Story of the Early Days of Radar, Radio Astronomy and Quantum Optics* (1991)





# The HBT controversy



The physics of Hanbury Brown–Twiss intensity interferometry:  
from stars to nuclear collisions.\*

GORDON BAYM

Presented at the XXXVII Cracow School of Theoretical Physics, Zakopane, Poland.  
May 30 - June 10, 1997.

La fuente a y b están dentro de una estrella. ¿Podemos medir la distancia angular  $R/L \sim \theta$  para saber el diámetro?

Fuente a:

$$\alpha e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_a|+i\phi_a} / |\vec{r}-\vec{r}_a|$$

Fuente b:

$$\beta e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_b|+i\phi_b} / |\vec{r}-\vec{r}_b|$$

La amplitud en el detector 1 de las fuentes a y b es:

$$A_1 = \frac{1}{L} \left( \alpha e^{ikr_{1a} + i\phi_a} + \beta e^{ikr_{1b} + i\phi_b} \right)$$

y la intensidad  $I_1$ , que es la misma para  $I_2$

$$= \frac{1}{L^2} \left( |\alpha|^2 + |\beta|^2 + \alpha^* \beta e^{i(k(r_{1b} - r_{1a}) + \phi_b - \phi_a)} + \alpha \beta^* e^{-i(k(r_{1b} - r_{1a}) + \phi_b - \phi_a)} \right)$$

El promedio sobre las fases aleatorias  $\phi_a$  y  $\phi_b$   
da cero

$$\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle = \frac{1}{L^2} \left( \langle |\alpha|^2 \rangle + \langle |\beta|^2 \rangle \right)$$

Y el producto de la intensidad de cada uno de los detectores  $\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle$  es independiente de la separación de los detectores.

Multiplica las dos intensidades y luego promedia.

$$\begin{aligned}\langle I_1 I_2 \rangle &= \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle + \frac{2}{L^4} |\alpha|^2 |\beta|^2 \cos(k(r_{1a} - r_{2a} - r_{1b} + r_{2b})) \\ &= \frac{1}{L^4} \left[ (|\alpha|^4 + |\beta|^4) + 2|\alpha|^2 |\beta|^2 (1 + \cos(k(r_{1a} - r_{2a} - r_{1b} + r_{2b}))) \right].\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}g^{(2)} &= \frac{\langle I_1 I_2 \rangle}{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} \\ &= 1 + 2 \frac{\langle |\alpha|^2 \rangle \langle |\beta|^2 \rangle}{(\langle |\alpha|^2 \rangle + \langle |\beta|^2 \rangle)^2} \cos(k(r_{1a} - r_{2a} - r_{1b} + r_{2b})).\end{aligned}$$

$$(L \gg R), k(r_{1a} - r_{2a} - r_{1b} + r_{2b}) \rightarrow k(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \cdot (\hat{r}_2 - \hat{r}_1) = \vec{R} \cdot (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$$

Esta función cambia depende de la separación entre los detectors R.

$$d = \lambda/\theta, \quad \text{con} \quad \theta = R/L$$

## Relación con el interferómetro de Michelson

$$|A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + (A_1^* A_2 + A_1 A_2^*)$$

El término entre paréntesis es el asociado a la visibilidad (coherencia de primer orden) si ahora tomamos el cuadrado de la visibilidad de la franja y lo promediamos:

$$\langle V^2 \rangle = 2\langle |A_1|^2 |A_2|^2 \rangle + \langle A_1^{*2} A_2^2 \rangle + \langle A_1^2 A_2^{*2} \rangle$$

$$\langle V^2 \rangle \rightarrow 2\langle I_1 I_2 \rangle$$

La solución de E. M. Purcell, *Nature* **178**, 1449 (1956).

Menciona el trabajo de la primera correlación de intensidad óptica real de Forrester. A. T. Forrester, R. A. Gudmundsen and P. O. Johnson, “*Photoelectric Mixing of Incoherent Light*,” *Phys. Rev.* **99**, 1691 (1955).

Menciona que los bosones tienden a aparecer juntos

Hace el cálculo y lo relaciona con la coherencia de primer orden.

## Correlaciones de la intensidad en $\tau=0$

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle I(t)^2 \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} \quad I(t) = I_0 + \delta(t)$$
$$= \frac{\langle (I_0 + \delta(t))^2 \rangle}{\langle I_0 + \delta(t) \rangle^2}$$

$$(I_0 + \delta(t))^2 = I_0^2 + 2I_0\delta(t) + \delta(t)^2$$

$$\langle (I_0 + \delta(t))^2 \rangle = \langle I_0^2 \rangle + 2I_0 \langle \delta(t) \rangle + \langle \delta(t)^2 \rangle = I_0^2 + \langle \delta(t)^2 \rangle$$

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\langle \delta(t)^2 \rangle}{I_0^2}$$

Es proporcional a la varianza

## Correlaciones de intensidad (límites clásicos)

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\langle \delta(t)^2 \rangle}{I_0^2}$$

$$g^{(2)}(0) - 1 \geq 0$$

Relacionada con la estadística; la varianza.



## Correlaciones de intensidad (límites clásicos)

$$(I(t) + I(t + \tau))^2 = I^2(t) + 2I(t) I(t + \tau) + I^2(t + \tau) \geq 0$$

$$I^2(t) + I^2(t + \tau) \geq 2I(t) I(t + \tau)$$

$$\langle I^2(t) \rangle + \langle I^2(t + \tau) \rangle \geq 2\langle I(t) I(t + \tau) \rangle$$

$$2\langle I^2(t) \rangle \geq 2\langle I(t) I(t + \tau) \rangle$$

pero

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t) I(t + \tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} \quad g^{(2)}(0) = \frac{\langle I(t)^2 \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}$$

$$g^{(2)}(0) \geq g^{(2)}(\tau) \quad \text{Las correlaciones decrecen}$$

## Correlaciones de intensidad (límites clásicos)

$$I(t) = I_0 + \delta(t)$$

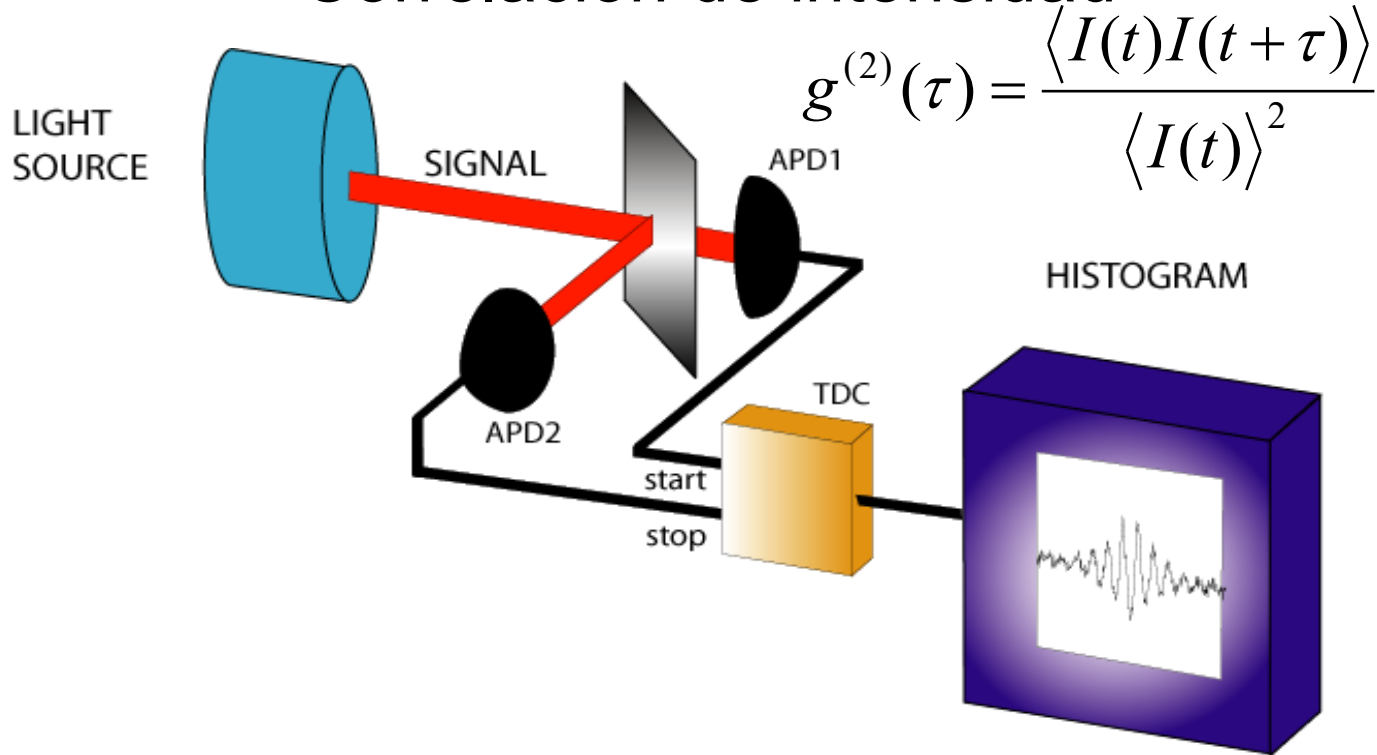
$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t) I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} = 1 + \frac{\langle \delta(t) \delta(t+\tau) \rangle}{I_0^2}$$

$$|\langle \delta(t) \delta(t + \tau) \rangle| \leq \langle \delta(t)^2 \rangle$$

La desviación de uno es máxima en tiempos iguales ( $\tau=0$ ) y no puede aumentar.

$$|g^{(2)}(\tau) - 1| \leq |g^{(2)}(0) - 1|$$

# Hanbury Brown y Twiss; Intensidad Correlación de intensidad



R. Hanbury Brown and R.Q. Twiss, Correlation between Photons in Two Coherent Beams of Light, Nature 177, 27 (1956).

¿Cómo las medimos?

Construir un "Periodograma". La fotocorriente es proporcional a la intensidad  $I(t)$

$$I(t) \rightarrow I_i$$

$$I(t + \tau) \rightarrow I_j$$

$$\langle I(t)I(t + \tau) \rangle \rightarrow \sum_{i=0}^M \sum_{n=0}^N I_i I_{i+n}$$

- Discretizar la serie de tiempo
- Aplicar el algoritmo del producto interno con el vector.
- Cuidado con la normalización.

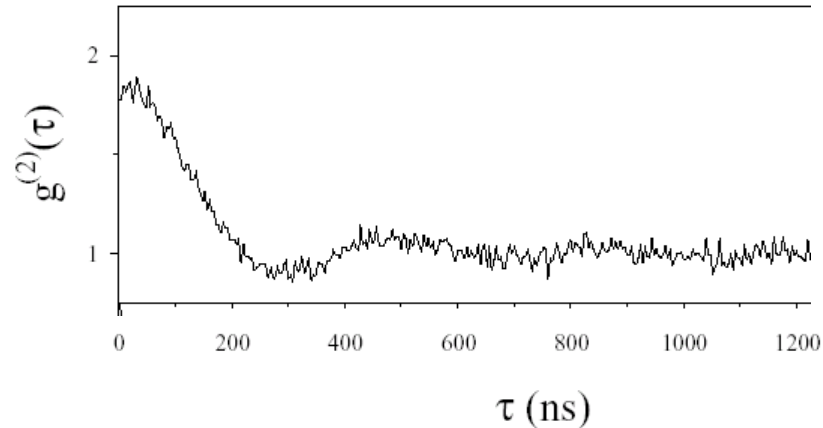
Discretizar:



Desplazar para multiplicar (producto interno)



Suma y promedio:



Otra forma de medir la correlación con la distribución del tiempo de espera de los fotones. El tamaño mínimo de la varianza del campo electromagnético.

Almacene la separación de tiempo entre dos pulsos consecutivos (inicio y parada).

- Hacer el histograma de las separaciones.
- Si las fluctuaciones son pocas se obtiene después de la normalización  $g^{(2)}(\tau)$ .
- Trabajar a bajas intensidades (bajas tasas de conteo).

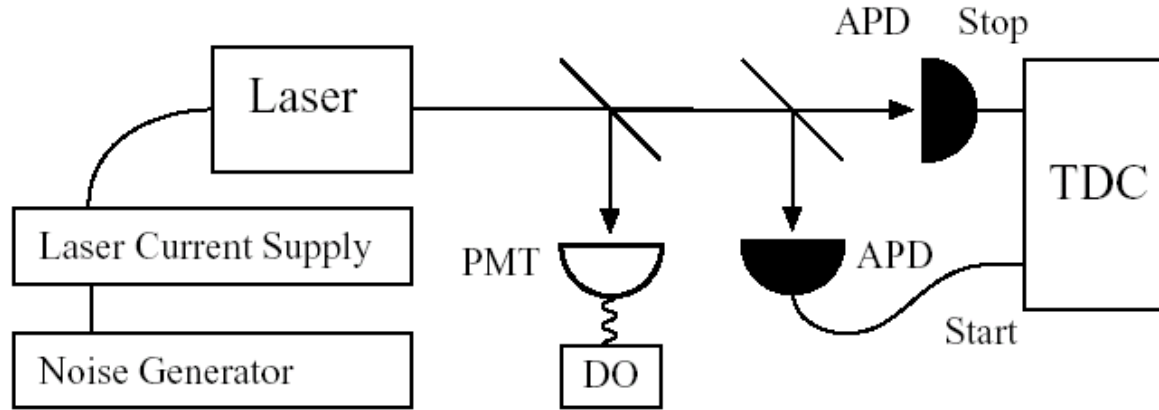
Intensidad (fotones)



Utilice una tarjeta de sello de tiempo.  
Más tarde procese los datos, luego  
puede calcular todo tipo de  
correlaciones.

Digitalizar la señal completa  
(importante para identificar la  
naturaleza del evento, por ejemplo,  
la física de partículas).

## Medición simultánea de $g^{(2)}(\tau)$ .



El osciloscopio de almacenamiento digital (DO) captura la fotocorriente del tubo fotomultiplicador (PMT). La correlación se calcula más tarde

Distribución del tiempo de espera con fotodiodos de avalancha (APD). El convertidor de tiempo hasta digital (TDC) almacena los intervalos para su posterior histograma.



# Correlaciones de intensidad de un láser de diodo Isado por ruido.

$$I(t) = \alpha i(t) \qquad i(t) = i_0 + i_{noise}(t)$$

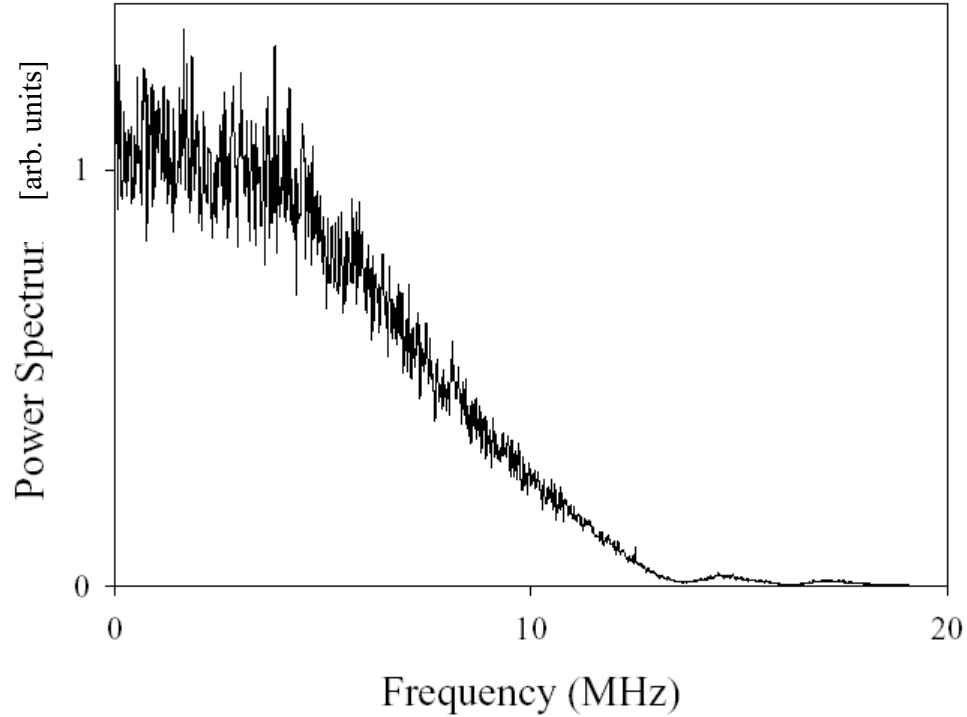
The noise term averages to zero.  $\langle i(t) \rangle = i_0$

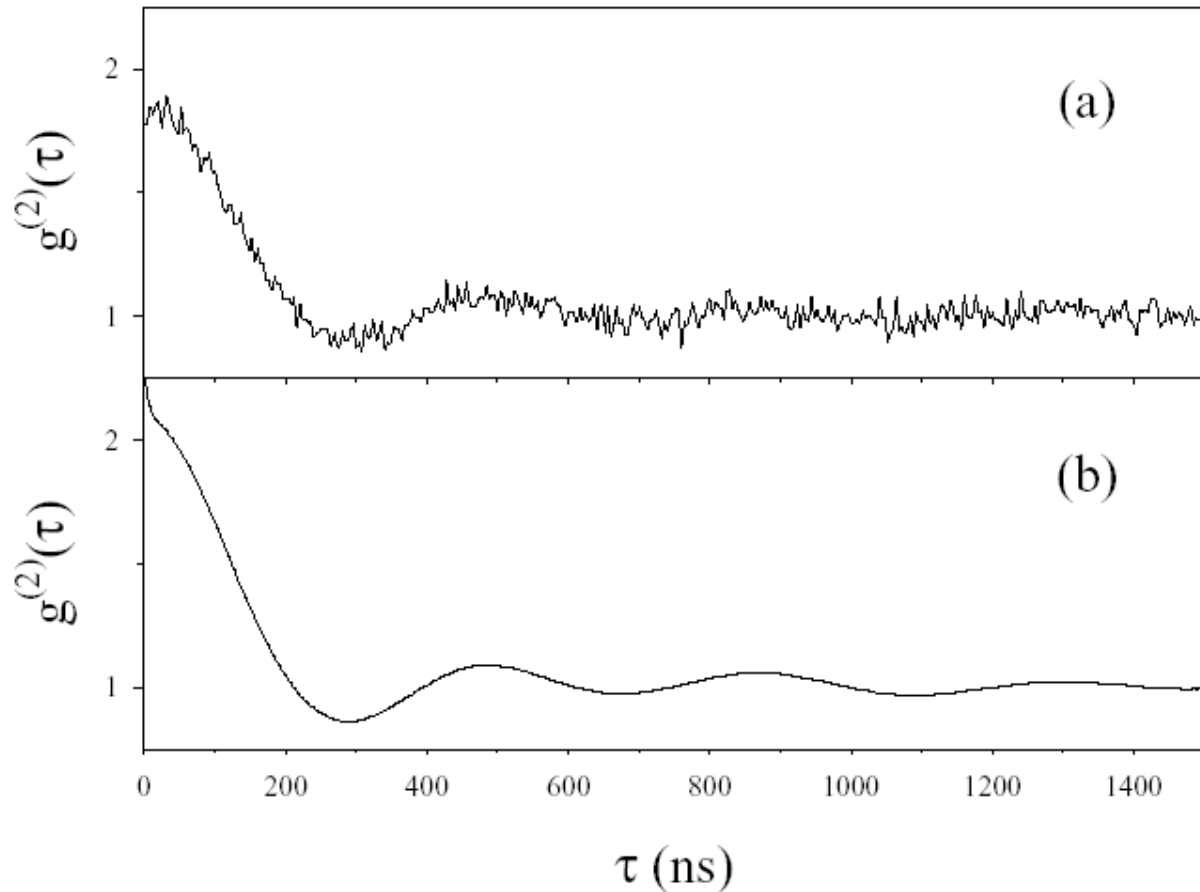
$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{\langle i_{noise}(t) i_{noise}(t + \tau) \rangle}{i_0^2}$$

El teorema de Wiener-Khintchine-Kolmogorov da la función de correlación sin normalizar  $G^{(2)}(\tau)$  de la densidad espectral de potencia del ruido.

$$G(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty F(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega = \langle i_{noise}(t) i_{noise}(t + \tau) \rangle$$

# Espectro de potencia de la fuente de ruido.



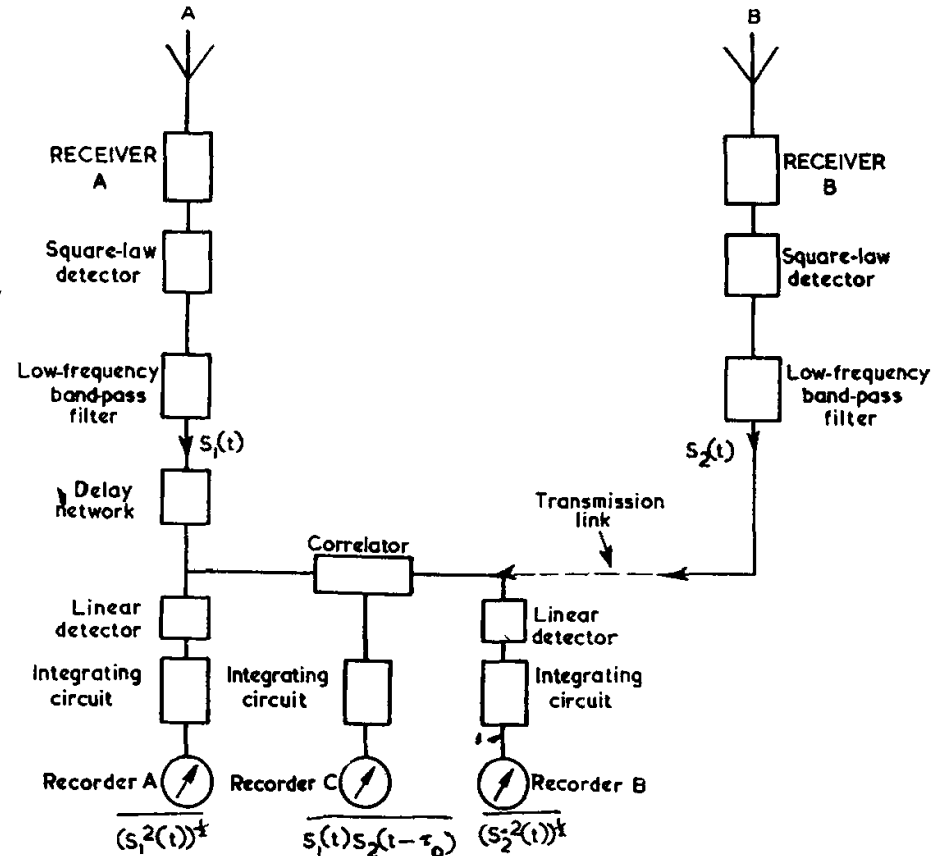


Comparación de  $g^{(2)}(\tau)$  : a) distribución del tiempo de espera de los recuentos de fotones, b) series temporales de fotocorrientes.

# Original astronomical setup 1952 (analog)

Diode, gives a current proportional to the intensity of the field

Mixer, gives as output the product of the two currents. Then integrate (average).



Block diagram of new type of interferometer.

# Intensity Field Correlations

Artículo de revisión:

H. J. Carmichael, G. T. Foster, L. A. Orozco, J. E. Reiner, and P. R. Rice, “Intensity-Field Correlations of Non-Classical Light”.

Progress in Optics, Vol. 46, 355-403, Edited by E. Wolf Elsevier, Amsterdam 2004.

interferencia de dos ondas si una de las amplitudes es muy pequeña

$$E_1 e^{i\phi_1} + \varepsilon e^{i\phi_2}$$

Asumiendo que las amplitudes son reales

$$I = |E_1 e^{i\phi_1} + \varepsilon e^{i\phi_2}|^2$$

$$I = E_1^2 + 2E_1\varepsilon \cos(\phi_1 - \phi_2) + \varepsilon^2$$

A primer orden en  $\varepsilon$

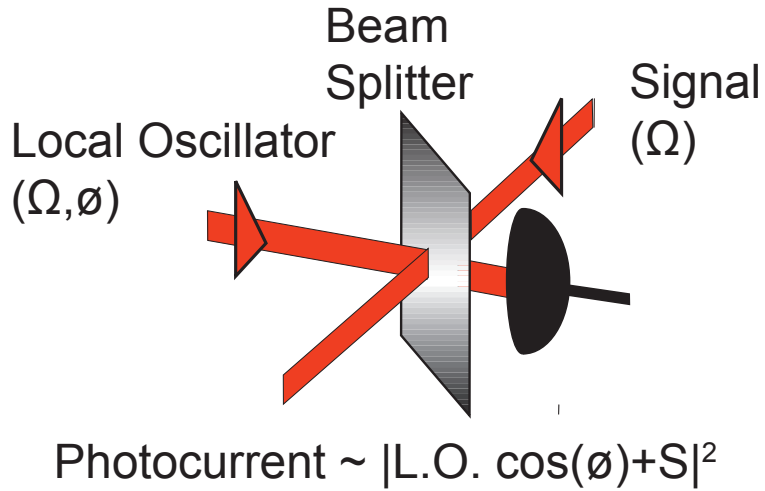
$$I = I_1 + 2E_1\varepsilon \cos(\phi_1 - \phi_2)$$

Si las fases son iguales: Homodina

Si las fases son diferentes: Heterodina

Se amplifica la señal (asi funcionan los celulares, etc.)

## Detección homodina



Interfieren dos campos: un oscilador local (LO) y una señal (S). La fotocorriente resultante tiene un término proporcional a la amplitud de S y también depende del coseno de la diferencia de fase  $\phi$  entre LO y S.

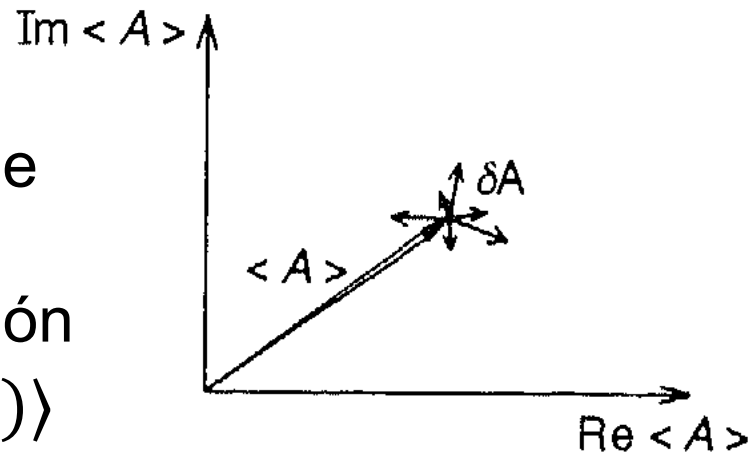
$$|LO \cos(\phi) + S|^2 = |LO|^2 + 2 LO S \cos(\phi) + |S|^2$$



El campo electromagnético a partir del potencial vectorial y su derivada  $\partial A / \partial t$ , pero pueden pensarlas como los campos

$$A(t) = A(t)e^{-i\omega t} + A^\dagger(t)e^{i\omega t}$$

Potencial vectorial en componentes de frecuencia positiva y negativa, corresponden a operadores de creación y aniquilación  $\delta A(t) = A(t) - \langle A(t) \rangle$



Nos interesan las variaciones del campo en las dos direcciones

$$\delta A_+(t) = \delta A(t) + \delta A^\dagger(t) \quad \delta A_-(t) = [\delta A(t) - \delta A^\dagger(t)]/i$$

Esas dos direcciones son las cuadraturas del campo

La parte real oscila como  $\cos\phi$ , la imaginaria como  $\sin\phi$ , donde  $\phi$  incluye la parte espacial, la temporal y alguna otra fase.

Recuerden la cuantización del campo, una cuadratura es la “posición,  $x$ ” del oscilador armónico y la otra es el “momentum,  $p$ ”

## Revisión del ruido de disparo:

El ruido de disparo ocurre siempre que el transporte de energía es a través de un número finito de partículas discretas. Por ejemplo, carga eléctrica e (Schottky 1918). Si el número de partículas es pequeño y sigue una distribución de Poisson (eventos independientes aleatorios), puede ser el ruido dominante.

- La media de una distribución de Poisson es  $n$
- La varianza de una distribución de Poisson  $n$
- La relación señal/ruido  $n^{1/2}$
- Una distribución de Poisson con  $n$  grande se aproxima a una gaussiana.
- La densidad espectral actual ( $i$ ) del ruido es:  $(2e|i|)^{1/2}$  con unidades de  $[A/Hz^{1/2}]$ .
- La potencia del ruido depende del ancho de banda de detección y de la resistencia  $R$ :  

$$P(\nu) = R 2e|i| \Delta \nu.$$

Revisión de los Estados coherentes  $|\alpha\rangle$

El estado coherente  $|\alpha\rangle$  es el eigenestado del operador de aniquilación:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$$

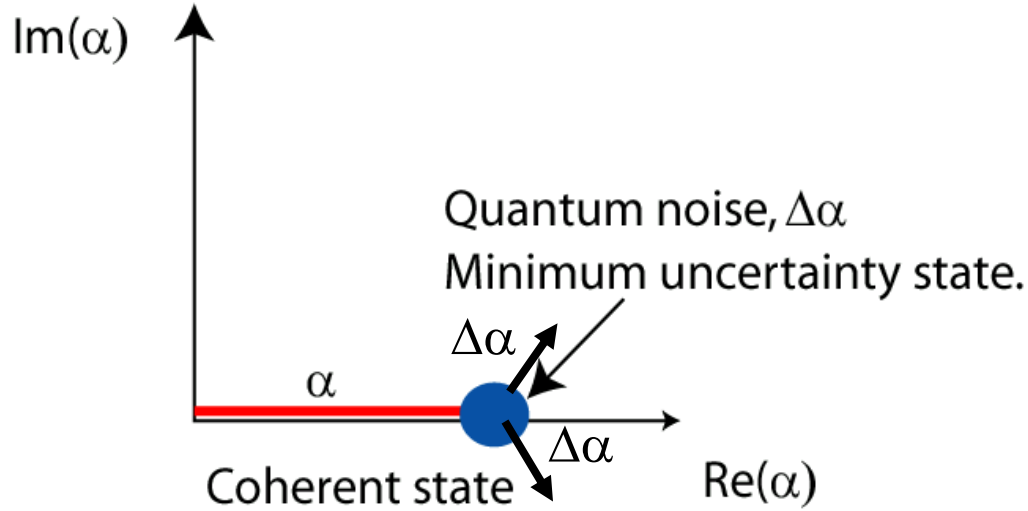
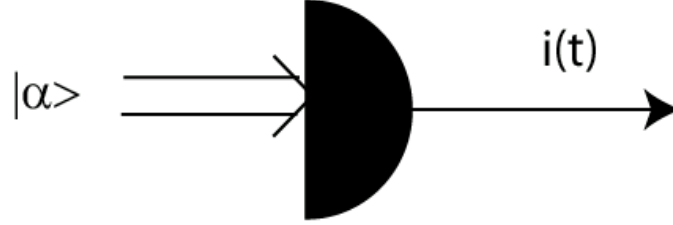
Su amplitud (compleja):  $\alpha$ . Su media al cuadrado:

$$\alpha^* \alpha = |\alpha|^2 = \langle n \rangle$$

$$P(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = e^{-\langle n \rangle} \frac{\langle n \rangle^n}{n!}$$

Distribución poissoniana de fotones

Son estados con la incertidumbre mínima permitida por la mecánica cuántica. Igual en ambas cuadraturas

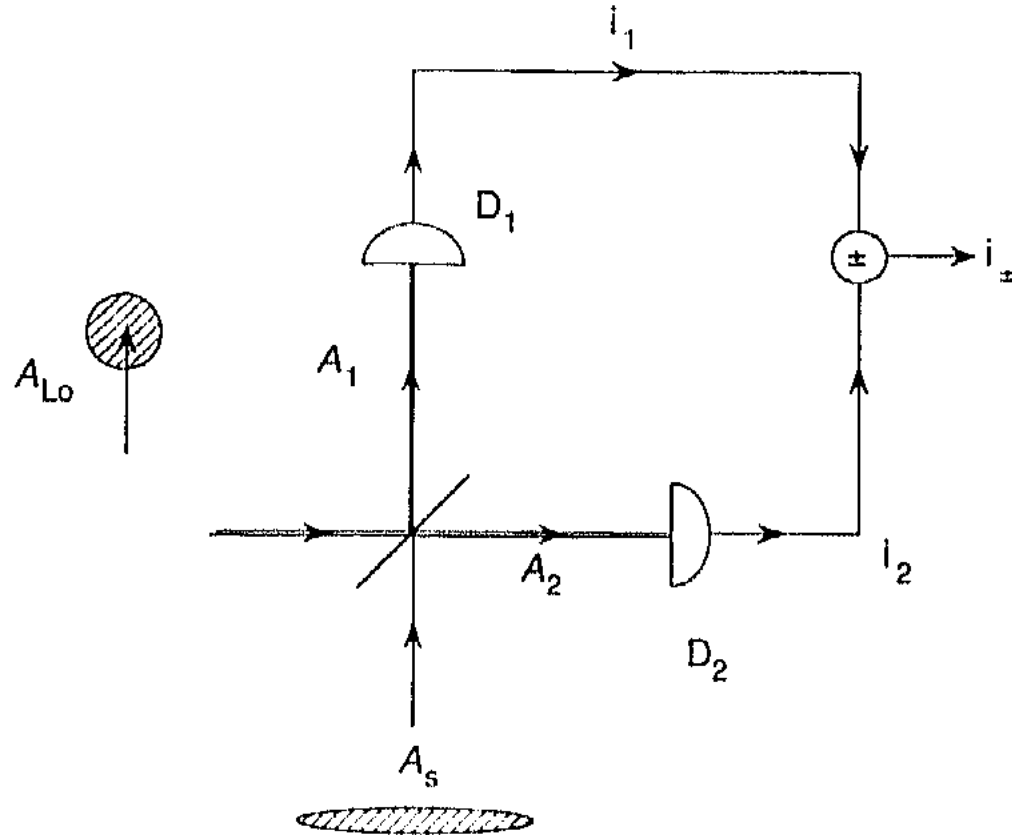


Detector perfecto  $i(t) = e \text{ q.e. } |\alpha + \Delta\alpha|^2$

$$i(t) = e \text{ q.e. } \{ |\alpha|^2 + 2 \alpha \Delta\alpha + |\Delta\alpha|^2 \} ; \langle \alpha^* \alpha \rangle = n; \text{ ruido: } \delta i(t) = 2 e \text{ q.e. } \{ \alpha \Delta\alpha \}$$

DC  $\sim n$    ruido de disparo  $\sim n^{1/2}$    despreciar.

# Detetector homodino balanceado:



$$A_{LO} \gg A_s$$

$$A_{LO,S} = \langle A_{LO,S} \rangle + \delta A_{LO,S}$$

Los campos después del espejo semitransparente son  $A_{1,2}$  pero ahora tienen contribuciones de las fluctuaciones tanto del LO como de la S, pero por la manera que cambia la fase el espejo (relación de Stokes), las fluctuaciones de la corriente son

$$\Delta i_+ \sim \text{Re}[A_{LO} \delta A_{LO}^\dagger]$$

$$\Delta i_- \sim \text{Re}[A_{LO} \delta A_S^\dagger]$$

La resta de las dos fotocorrientes es sensible al ruido cuántico de la señal.

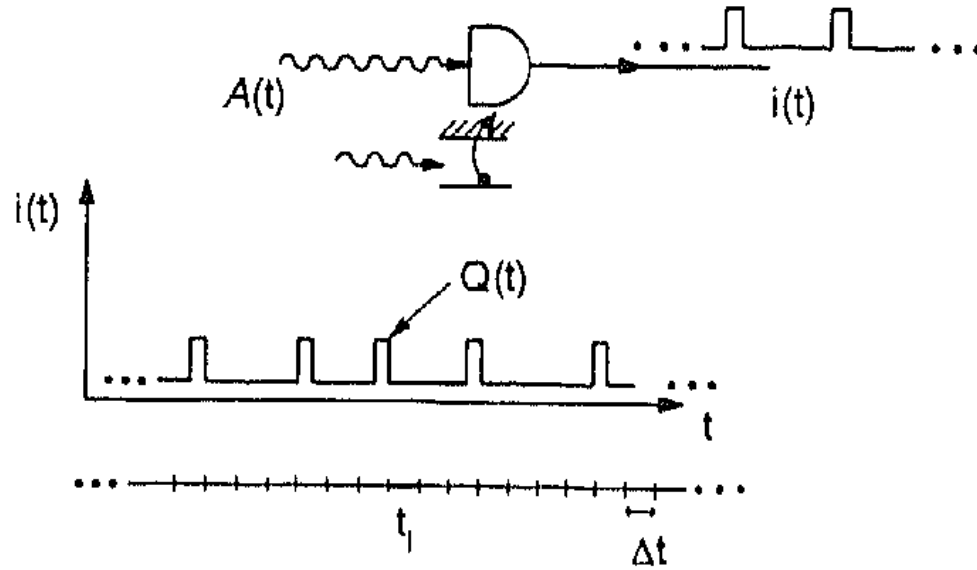


Como la potencia del ruido va como el cuadrado de la corriente

$$A_{LO} = A_0 e^{i\theta}$$

$$\Delta i_+^2 \sim A_0^2 (\delta x_+ \cos\theta + \delta x_- \sin\theta) = A_0^2 \delta x_\theta^2$$

$$\delta x_+ = \delta A_s + \delta A_s^* \quad \delta x_- = \frac{[\delta A_s - \delta A_s^*]}{i}$$



El campo  $A(t)$  produce una fotocorriente  $i(t)$  consistente en una secuencia de pulsos, con una carga  $Q(t)$  cada uno y el tiempo discretizado en intervalos  $\Delta t$

Queremos calcular el espectro de potencia.

$$\Phi(\Omega) \equiv \int \langle \Delta i(t) \Delta i(t + \tau) \rangle e^{-i\Omega\tau} d\tau.$$

$$\langle \Delta i(t) \Delta i(t + \tau) \rangle = \langle i(t) i(t + \tau) \rangle - \langle i \rangle^2$$

$$i(t) = \sum_k Q(t - t_k) p_k \quad \begin{array}{l} p_k=0 \text{ si no hay fotoionización y} \\ p_k=1 \text{ con fotoionización en el intervalo } \Delta t \end{array}$$

$$\langle i(t) i(t + \tau) \rangle = \left\langle \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q(t - t_k) p_k \sum_{j=-\infty}^{\infty} Q(t + \tau - t_j) p_j \right\rangle$$

$$\begin{aligned}
\langle i(t)i(t+\tau) \rangle &= \left\langle \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q(t-t_k)p_k \sum_{j=-\infty}^{\infty} Q(t+\tau-t_j)p_j \right\rangle \\
&= \sum_k Q(t-t_k)Q(t+\tau-t_k)\langle p_k \rangle \\
&\quad + \sum_{k \neq j} Q(t-t_k)Q(t+\tau-t_j)\langle p_k p_j \rangle
\end{aligned}$$

$p_k^2 = p_k$

Los valores esperados de estas ecuaciones están relacionados a las propiedades del campo, donde  $W_k$  es la probabilidad conjunta por unidad de tiempo para la fotoionización en  $t$  a  $t+\Delta t$

$$\langle p_1 p_2 \dots p_k \rangle = W_k(t_1, t_2, \dots, t_k) \Delta t_1 \Delta t_2 \dots \Delta t_k,$$

$$W_k(t_1, t_2, \dots, t_k) = q.e.^k \langle : I(t_1)I(t_2) \dots I(t_k) : \rangle$$

$$I = A^\dagger A \quad \text{en fotones por segundo}$$

$$Q(t - t') = Q_0 \delta(t - t'),$$

$$\begin{aligned} \langle i(t)i(t + \tau) \rangle &= \int dt' W_1(t') Q(t - t') Q(t + \tau - t') \\ &\quad + \int dt' \int dt'' W_2(t', t'') Q(t - t') Q(t + \tau - t'') \\ &= Q_0^2 q.e. \langle : I(\tau) : \rangle \delta(\tau) \\ &\quad + Q_0^2 q.e.^2 \langle : I(t)I(t + \tau) : \rangle. \end{aligned}$$

$$\langle \Delta i(t) \Delta i(t + \tau) \rangle = Q_0^2 \alpha \langle : I(t) : \rangle \delta(\tau) + Q_0^2 \alpha^2 C(\tau)$$

$$C(\tau) = RT A_0^2 \langle : z_\theta(t), z_\theta(t + \tau) : \rangle,$$

con transmisión  $T$  y reflexión  $R$

$$z_\theta(t) = e^{-i\theta} A_s(t) + A_s^\dagger(t) e^{i\theta},$$

$$\langle \Delta i(t) \Delta i(t + \tau) \rangle = Q_0 i_0 [\delta(\tau) + q.e.T \langle : z_\theta(t), z_\theta(t + \tau) : \rangle]$$

$$\Phi(\Omega, \theta) = Q_0 i_0 [1 + q.e.T S_s(\Omega, \theta)] ,$$

$$S_s(\Omega, \theta) = \int d\tau e^{-i\Omega\tau} \langle : z_\theta(t), z_\theta(t + \tau) : \rangle$$

El principal objeto de interés es el CAMPO óptico. Eso es lo que se cuantifica.

¿Podemos medir el CAMPO de un estado con un promedio de UN FOTÓN en él?

Las funciones de correlación nos dicen algo sobre  
las fluctuaciones.

Las correlaciones tienen límites clásicos.

Son mediciones condicionales.

¿Podemos usarlos para medir el campo asociado  
con una FLUCTUACIÓN de un fotón?



Función de correlación; Medición condicional.  
Detectar un fotón: Ahora sigue la evolución del estado mecánico cuántico condicional en el sistema.  
El sistema debe tener al menos dos fotones.  
¿Tenemos suficiente relación señal/ruido?

$$\begin{array}{ccc} |LO|^2 & + & 2 LO S \cos(\phi) \\ \text{RUIDO DE DISPARO} & & \text{SEÑAL} \end{array}$$

¿Cómo correlacionar  
campos e  
intensidades?

Detección del campo: Homodino.

Medición condicional: Solo medimos cuando sabemos que hay un fotón.

Gracias